

Jeux de coalitions hédoniques à concepts de solution multiples

Thibaut Vallée, Grégory Bonnet

GREYC – UNICAEN

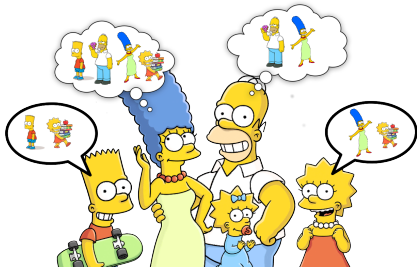
JFSMA 2017 – 5 Juillet 2017

- 1 Jeux de coalitions hédoniques
- 2 Des concepts de solution multiples
- 3 Des préférences sur les concepts
- 4 Conclusion et perspectives

Jeux de coalitions hédoniques

Question

Comment des agents décident-ils collectivement des coalitions qu'ils vont former ?



Différents jeux de coalitions

- à utilité transférable ou non-transférable
- **jeux de coalitions hédoniques**
⇒ fondés sur des préférences

Problématique

Trouver un partitionnement des agents qui :

- respecte les préférences individuelles



- afin qu'aucun agent ne désire changer de coalition



[Dreze and Greenberg, 1980]

$HG = \langle N, (\succeq_i)_{a_i \in N} \rangle$ avec :

- $N = \{a_1, \dots, a_n\}$: l'ensemble des agents
- $\succeq_i$: le profil de préférence de l'agent a_i sur les différentes coalitions

Solution d'un jeu

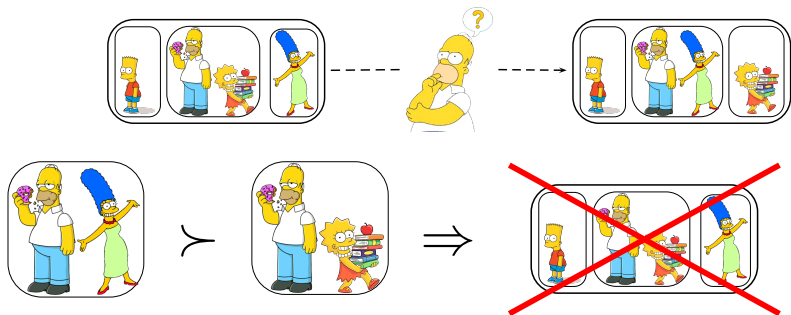
Une partition Π de N qui satisfait au mieux les préférences des agents.

Concepts de solution [Sung and Dimitrov, 2007]

Ensemble des partitions telles qu'aucun agent ne **désire** ou ne **peut** changer de coalition au regard d'un critère **commun** aux agents

Nash Stabilité

Aucun agent ne désire quitter sa coalition courante pour une coalition existante



Déviations individuelles

Nash Stabilité

Rationalité Individuelle

Stabilité Individuelle

Stabilité Contractuelle

Déviations autorisées **pour un agent** si :

[...] l'agent préfère une autre coalition existante.

[...] l'agent préfère être seul.

[...] l'agent est accepté dans sa nouvelle coalition.

[...] les agents de sa coalition actuelle acceptent.

Déviations collectives

Stabilité du Cœur

Pareto-Optimalité

Déviations autorisées **pour plusieurs agents** si :

[...] tous préfèrent former une nouvelle coalition

[...] cela ne nuit pas à un autre agent.

Constat

Le concept de solution choisi est :

- un a priori sur le comportement des agents,
- une donnée exogène au modèle,
- supposé commun à tous les agents.

Constat

Le concept de solution choisi est :

- un a priori sur le comportement des agents,
- une donnée exogène au modèle,
- supposé **commun à tous les agents**.



Des agents hétérogènes

Et si les agents désiraient satisfaire des concepts différents ?

Question

Comment modéliser cette hétérogénéité vis-à-vis des concepts de solutions ?

Des concepts de solution multiples

Concept de solution local à un agent

Ensemble des partitions qui satisfont des propriétés désirées par l'agent a_i

Concepts canoniques associés

À chaque concept de solution canonique correspond un concept local à chaque agent. Les contraintes du concept global doivent être vérifiées **pour cet agent uniquement**.

Exemple de la stabilité au sens de Nash

Globale : **Pour tout agent**, il n'existe pas de coalition dans la partition qu'il préfère à sa coalition actuelle.

Locale : **Pour l'agent a_i** , il n'existe pas de coalition dans la partition qu'il préfère à sa coalition actuelle.

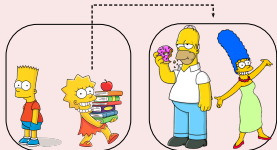
Profils de préférences

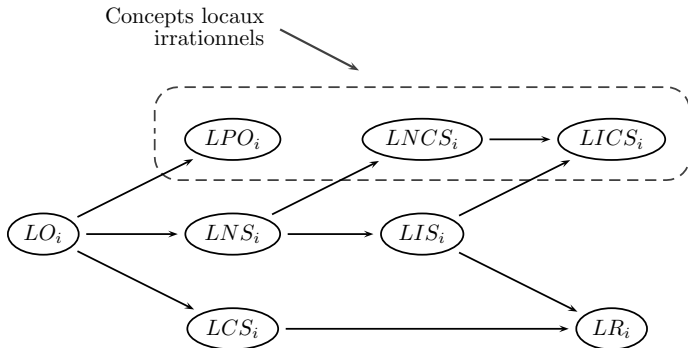
- **Bart :**      ...
- **Lisa :**     ...
- ...

Une partition Localement Nash stable



Mais pas pour tous





Existence de partition localement stable

Pour tout agent a_i , pour tout concept de solution local LSC_i , il existe toujours une partition localement stable.

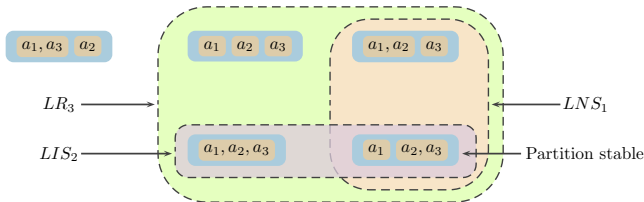
Définition

Un jeu de coalitions $MHG = \langle N, (\succeq_i)_{a_i \in N}, (LSC_i)_{a_i \in N} \rangle$ où :

- $N = \{a_1, \dots, a_n\}$ est l'ensemble des agents
- $\succeq_i$ est le profil de préférence de l'agent a_i sur les différentes coalitions
- LSC_i est le concept de solution local choisi par l'agent a_i

Stabilité d'une partition Π

Une partition est stable si $\forall a_i \in N, \Pi \in LSC_i$.



Si les agents considèrent le même concept local

Toute partition stable satisfait le concept global SC correspondant

$$\forall a_i, a_j \in N, LSC_i = LSC_j \iff \bigcap_{a_i \in N} LSC_i = SC$$

Un jeu hédonique est un MHG

où tous les agents considèrent le même concept de solution local

Complexité

La complexité pour trouver une partition stable dans un MHG est donnée par :

le concept de solution local $LSC^* \in (LSC_i)_{a_i \in N}$
dont l'équivalent global est le plus complexe

Complexité des concepts globaux : généralement NP -complet.

(cf. [Ballester, 2004, Peters and Elkind, 2015])

Paramètres

Entre 3 et 7 agents, 1000 jeux aléatoires sur :

- les profils de préférence de chaque agent
- les concepts de solution locaux de chaque agent

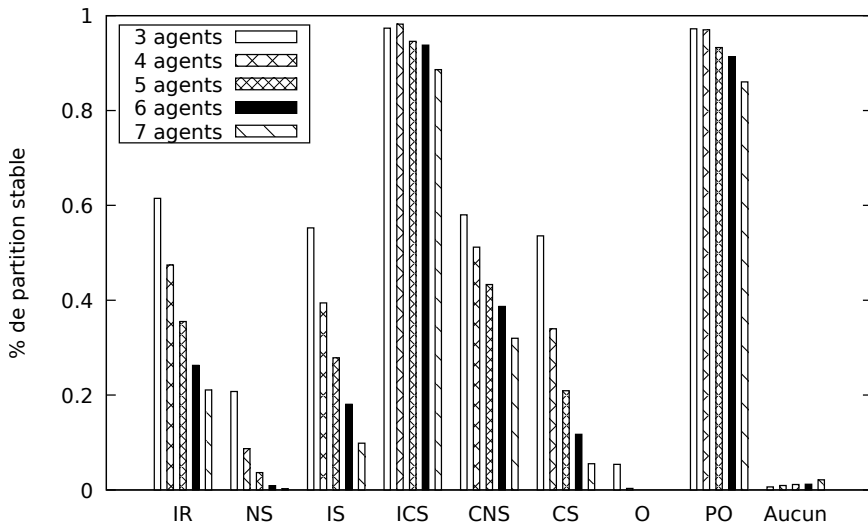
Selon les concepts de solution

Concepts rationnels						Concepts irrationnels			
O	NS	CS	IS	IR	MS	CNS	PO	CIS	
0	1	5	30	10	75	175	275		

Ordre de grandeur pour 7 agents

Compromis entre rationalité et irrationalité

Seuls les agents acceptant des concepts de solution locaux irrationnels peuvent être affectés à une coalition irrationnelle de leur point de vue.



Des partitions stables qui

- satisfont majoritairement :
 - la Pareto-Optimalité
 - la Stabilité Individuelle Contractuelle
- sont souvent irrationnelles,
- ne satisfont pas nécessairement un concept canonique

Des MHG sans solution

Un *MHG* n'a pas nécessairement de solution stable car :

- les profils de préférences sont incompatible
- certains concepts de solution locaux ne prennent pas en compte que les préférences des autres agents (ie. Nash, ...).

Question

Et si un agent acceptait d'autres concepts locaux en cas de solution vide ?

Des préférences sur les concepts

Le cas de Lisa

« Je préférerais ***l'Optimalité***, mais si ce n'est pas possible,
la ***Stabilité Individuelle Contractuelle*** me convient. »

Le cas de Lisa

« Je préférerais **l'Optimalité**, mais si ce n'est pas possible, la **Stabilité Individuelle Contractuelle** me convient. »

Modélisé par des préférences sur les concepts

Pareto Optimalité Locale $\succ$ Stabilité Individuelle Contractuelle Locale $\succ \dots$

Intégré dans un nouveau jeu

Un jeu de coalitions $HG2P = \langle N, LSC, (\succeq_i^C)_{a_i \in N}, (\succeq_i^{LSC})_{a_i \in N} \rangle$ où :

- $N = \{a_1, \dots, a_n\}$ est l'ensemble des agents
- LSC est un ensemble de concepts de solution locaux
- $\succeq_i^C$ est le profil de préférence de l'agent a_i sur les différentes coalitions
- $\succeq_i^{LSC}$ est le profil de préférence de l'agent a_i sur un sous-ensemble non vide des concepts de solution locaux

Concéder sur le concept de solution

En l'absence de partition stable, il s'agit d'accepter de considérer un concept de solution moins préféré.

Vecteur de concession

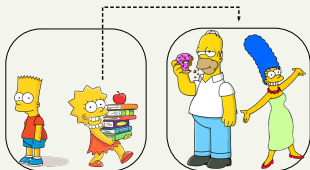
Une partition Π est évaluée par chaque agent a_i en fonction de LSC_i^* , le concept de solution local satisfait ayant le meilleur rang dans $\succeq_i^{LSC}$.

$$c_i(\Pi) = \begin{cases} r(LSC_i^*) & \text{si } \exists LSC_i \in \succeq_i^{LSC} \\ & \text{tel que } \Pi \in LSC_i \\ \infty & \text{sinon} \end{cases}$$

Préférences sur les concepts

- **Bart** : Nash $\succ$ Stabilité Individuelle $\succ$ Rationnalité Individuelle $\succ$...
- **Lisa** : Optimalité $\succ$ Stabilité Contractuelle $\succ$ Stabilité individuelle $\succ$...
- ...

Vecteur de concessions



	Bart	Homer	Lisa	Marge
$\vec{c}(\Pi)$	1	1	2	1

Une concession nécessaire

Aucune partition n'est simultanément

- Optimale pour Lisa
- Nash Stable pour Bart

$\Rightarrow$ Lisa doit concéder pour que la partition soit stable

Comment décider qui doit concéder ?

Objectif de la Leximax-concession

Trouver une partition qui minimise le nombre de concessions de l'agent ayant le plus concédé, puis du second ...

La Leximax-concession, étape par étape

(1) Calculer les vecteurs de concessions

$$\vec{c}(\Pi) \quad [\infty, 1, 3, 2] \quad [1, 1, 2, 1] \quad [8, 5, 4, 1] \quad [2, 1, 1, 2] \quad \dots$$

(2) Trier les vecteurs de concessions par ordre décroissant

$$\vec{c}(\Pi)^{\downarrow} \quad [\infty, 3, 2, 1] \quad [2, 1, 1, 1] \quad [8, 5, 4, 1] \quad [2, 2, 1, 1] \quad \dots$$

(3) Construire l'ordre leximax entre les vecteurs de concessions

$$\text{leximax :} \quad [2, 1, 1, 1] \succ_{lmax} [2, 2, 1, 1] \succ_{lmax} \dots \succ_{lmax} [8, 5, 4, 1] \succ_{lmax} \dots$$

⇒ Les partitions correspondantes aux vecteurs leximax-dominant sont stables

Une condition mininale

- SC un concept de solution qui garantit que pour tout jeu HG , $SC \neq \emptyset$
- LSC_i l'équivalent local de SC

Pour tout $HG2P$, il existe nécessairement une partition leximax-stable ssi :

$$\forall a_i \in N, LSC_i \in \succeq_i^{LSC}$$

Exemples de tels concepts

Rationalité Individuelle, Pareto Optimalité, Stabilité Individuelle Contractuelle

Une hypothèse de rationalité

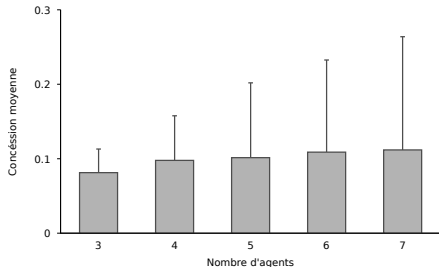
Pour tout agent a_i , la Rationalité locale est présente dans $\succeq_i^{LSC}$.

« Si les agent ne trouve pas d'accord, chacun forme sa coalition singleton. »

Protocole expérimental

Entre 3 et 7 agents, 1000 jeux aléatoires sur :

- les profils de préférence de chaque agent vis-à-vis des coalitions
- les profils de préférence de chaque agent sur 8 concepts de solution locaux



Peu de concessions nécessaires

- Dans 1 jeu sur 10
- Faible influence de $|N|$

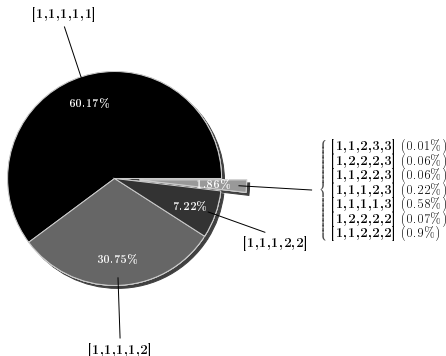
Protocole expérimental

5 agents, 10000 jeux aléatoires sur :

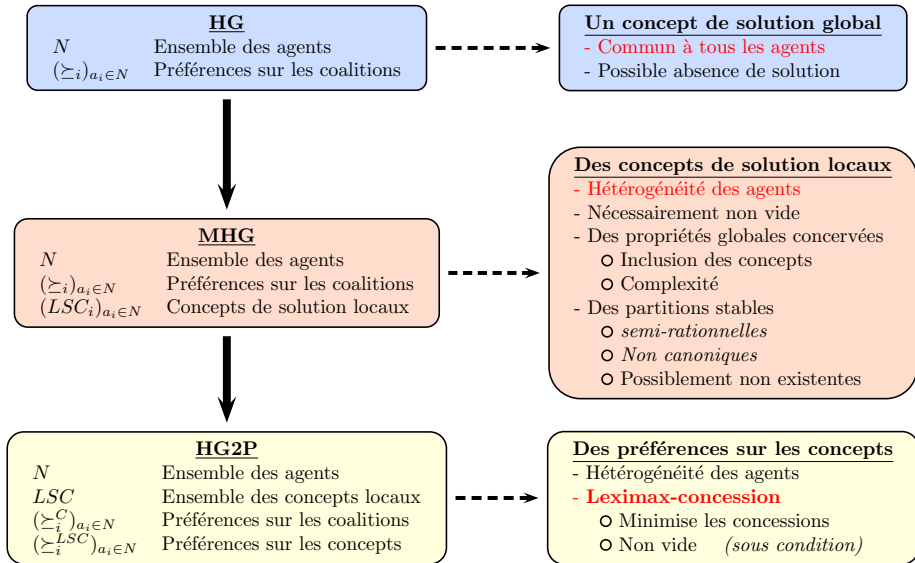
- les profils de préférence de chaque agent vis-à-vis des coalitions
- les profils de préférence de chaque agent sur 8 concepts de solution locaux

Peu de concessions nécessaires

- 60% des jeux sont sans concession
- 98% des jeux nécessitent au plus 1 concession pour 2 agents
- 2% des jeux ont des préférences :
 - pour des coalitions incompatibles
 - pour des concepts de solution restrictifs



Conclusion et perspectives



Exemple de la valeur de Shapley-Shubik

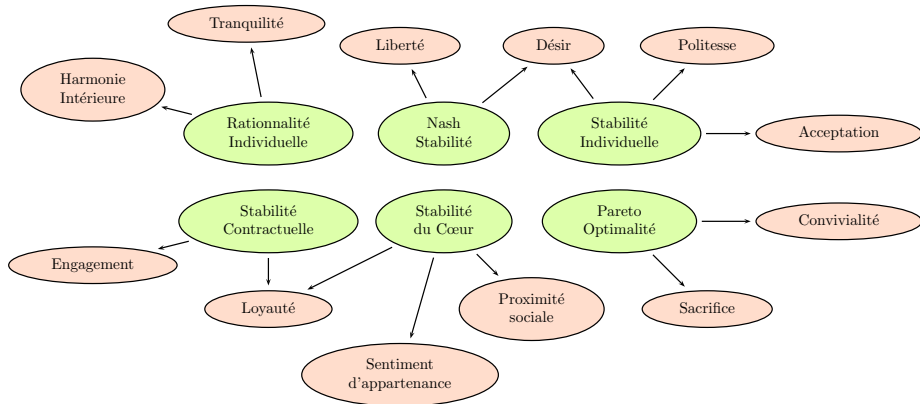
Une mesure d'**équité** dans les jeux à utilité transférable

Et dans les jeux hédoniques ?

Les concepts de solution ne sont-ils pas eux aussi porteur de valeur(s) morale(s) ?

Et dans les jeux hédoniques ?

Les concepts de solution ne sont-ils pas eux aussi porteur de valeur(s) morale(s) ?



Construire moralement ses préférences

Liberté $\succ$ Politesse $\succ$ Loyauté $\succ$ Sacrifice



Nash $\succ$ Stabilité Individuelle $\succ$ Stabilité du Cœur $\succ$ Pareto Optimalité

Comment décider de concéder ?

- Concéder $\implies$ Ne pas respecter des valeurs morales
 - Concéder $\implies$ Satisfaire l'agent
- $\implies$ Concéder, une décision éthique ?

Leximax-stabilité

Un concept de solution qui :

- Minimise le nombre de valeurs morales « trahies »
- Satisfait des collectivités

$\implies$ Trouver une partition stable = Trouver des valeurs morales collectives ?

I WILL NOT DISRUPT MUSIC CLASS
I WILL NOT USE THE MF WORD TO THE TEACHER
I WILL NOT BEAT UP OTHER STUDENTS IN THE WASHROOM
I WILL NOT ARRANGE AND PARTICIPATE IN GANG FIGHTS
I WILL NOT SHOOT THE TEACHER IN THE FACE WITH FAKE BLOOD
I WILL NOT SELL DRUGS TO STUDENTS WHO GET HIGH, CLIMB UP FLAGPOLES AND DIE
I WILL NOT HOLD AUDITIONS FOR THE ROLE OF "COKE WHORE"
I WILL NOT SQUANDER MY MUSICAL TALENTS
I WILL NOT THREATEN OTHER STUDENTS
I WILL NOT BEAT UP TEACHERS IN ALLEYS
I WILL NOT FIRE-BOMB THE TEACHER'S CARS
I WILL NOT KILL THE ANIMALS IN THE BIOLOGY LAB
I WILL NOT FAKE INJURY AND CHARGE THE TEACHER WITH ASSAULT
I WILL NOT CONVINCE STUDENTS TO STAB OTHER STUDENTS
I WILL NOT CREEPILY REPEAT THE PHRASE "I AM THE FUTURE"
I WILL NOT RAPE THE TEACHER'S WIFE
I WILL NOT ATTEMPT TO MURDER THE TEACHER ...





Ballester, C. (2004).
Np-completeness in hedonic games.
Games and Economic Behavior, 49(1) :1–30.



Dreze, J. H. and Greenberg, J. (1980).
Hedonic coalitions : Optimality and stability.
Econometrica : Journal of the Econometric Society, pages 987–1003.



Peters, D. and Elkind, E. (2015).
Simple causes of complexity in hedonic games.
arXiv preprint arXiv :1507.03474.



Sung, S. C. and Dimitrov, D. (2007).
On myopic stability concepts for hedonic games.
Theory and Decision, 62(1) :31–45.