

Réseau bayésien d'un critère de décision dans un problème de décision répété et multicritères

Véronique Delcroix¹

¹ LAMIH, UMR 8201, UVHC, Valenciennes, France

veronique.delcroix@univ-valenciennes.fr

Résumé

Cet article concerne les problèmes répétés de décision multi-critère. Il s'agit plus précisément des problèmes de choix, tel que le choix d'une voiture, d'un fauteuil roulant, ou le choix d'études post-bac, qui se répètent fréquemment, avec des acteurs et dans des contextes différents, mais toujours autour du même type d'alternatives. Dans ces problèmes, les alternatives sont décrites par un ensemble d'attributs qui reste fixe. Chaque nouveau cas de décision correspond à un ensemble de facteurs concernant les acteurs de la décision, le contexte, l'environnement, les contraintes et les niveaux d'importance des critères. Cet article identifie deux types de critères de décision et propose pour chacun un modèle local défini par un réseau bayésien. Le réseau bayésien obtenu pour un problème répété de décision multi-critères peut être utilisé pour n'importe quel cas de décision. Il permet d'une part d'évaluer une alternative en fonction du cas de décision et d'autre part, de fournir des conseils sur les attributs des alternatives qui soient bien adaptés aux caractéristiques du cas de décision.

Abstract

A *repeated*¹ multi-criteria decision problem is a choice problem that occurs frequently, regarding always the same kind of alternatives, but with different actors and context. Examples of such problems are the choice of a car, or a wheelchair, or studies continuation. In those problems, the alternatives are described by a set of attributes that remain fix; each new decision case includes information about the actors of the decision, the context, the environment, and the values of constraints and importance of criteria. This paper identifies two kinds of decision criteria and proposes a specific local structure of a Bayesian network for each of

them. The obtained Bayesian network obtained for a repeated multi-criteria decision problem can be used for any decision case. First, it allows the evaluation of an alternative according to the criteria and the decision case. Second, it provides guidance about the attributes of alternatives that best suit to the decision case characteristics.

1 Introduction

Les problèmes de décision multi-critères sont fréquents dans la vie quotidienne : acheter des chaussures, tout comme se poser la question "qu'est-ce qu'on mange ce soir ?" sont des décisions qui dépendent de plusieurs critères éventuellement conflictuels, et de différents paramètres concernant le contexte, les acteurs, etc. Répondre à ces questions nécessite de combiner ces éléments pour trouver un compromis satisfaisant. Ce type de problème se répète de nombreuses fois et chaque nouveau cas de décision implique des acteurs différents, dans des contextes différents. Les réponses sont donc différentes à chaque fois, à cause de ces différents *cas de décision*. C'est ce que nous appelons un problème de décision multi-critères *répété*. L'aide à la décision dans ce type de problème doit prendre en compte les caractéristiques des alternatives, les évaluations des alternatives suivant chacun des critères, ainsi que les paramètres de la situation de décision.

Dans la littérature, les termes *problèmes de décision répétés* font souvent référence à des situations où un décideur unique se trouve face plusieurs fois à des décisions de même type. Dans certains cas, ces décisions sont toutes faites sur une même période de temps, en vue d'atteindre un objectif, comme par exemple la recherche de prix [11]. Dans d'autres cas, une même personne se trouve plusieurs fois face au même type de décision, mais à des périodes différentes. Dans ce cas, elle peut utiliser l'expérience acquise lors des décisions passées. C'est le cas pour les inves-

1. Since this problem seems never to be addressed in the literature, there is no usual term to define it. In previous papers[8], we proposed the term *recurrent* multi-criteria decision problem; further to several remarks, we prefer now the term *repeated*, despite it is mostly used to refer to decision problems where a decision maker has to deal several times with the same kind of decision

tisseurs [13]. Les problèmes de décision répétés sont aussi considérés dans la théorie des jeux, où le joueur doit choisir une action à chaque itération du jeu. Nous avons trouvé un autre exemple de décision répété en économie, mettant en jeu différents acteurs dans chaque situation [14], mais il ne s'agit pas d'aide à la décision multi-critères.

Dans le présent article, il est question d'aide à la décision pour les problèmes de décision répétés, multicritères et multi-attributs. Notre objectif est d'apporter une aide appropriée aux acteurs du problème, telle que l'évaluation d'une alternative sur chacun des critères en fonction du cas de décision, ou certains conseils sur les valeurs des caractéristiques de l'alternative. Pour cela, l'idée est d'embarquer dans un modèle unique l'ensemble des éléments du raisonnement qui mène à un bon choix en fonction de la situation. Un tel modèle contient les éléments de connaissance suivant : (1) les caractéristiques directes et dérivées des alternatives, et leurs interactions ; (2) les paramètres qui peuvent influencer sur le choix, y compris les facteurs externes et la situation de décision ; (3) la façon dont une alternative est évaluée suivant chaque critère, en prenant en compte les caractéristiques du cas de décision qui influence cette évaluation.

Ces éléments de connaissance comportent une part d'incertitude due à l'ignorance, et une part de variabilité naturelle des éléments considérés. Nous proposons d'utiliser des modèles graphiques probabilistes, et en particulier des réseaux bayésiens, car ils sont des modèles de connaissances qui intègrent l'incertitude. Cet article concerne la construction du réseau bayésien pour des problèmes répétés de décision multicritères et plus précisément la modélisation des critères de décision. Nous identifions deux types de critères, objectifs et subjectifs, et nous proposons pour chacun une structure locale dans un réseau bayésien. Un *critère objectif* est associé à une caractéristique de l'alternative dont l'évaluation est objective et connue des acteurs de la décision. Un tel critère est évalué par un *degré d'adéquation* entre la valeur de la caractéristique de l'alternative et la variable correspondant du côté du décideur. Un *critère subjectif* est associé à un concept d'un degré plus élevé ; il est évalué par un *niveau de satisfaction* qui dépend de l'évaluation de l'alternative suivant cet axe de signification et de son importance du point de vue du décideur.

Cet article commence par introduire les problèmes de décision répétés et multicritères, et les compare avec ceux habituellement considérés dans l'aide à la décision multicritères (ADMC). La partie 3 propose une classification des critères en deux types dans le cadre des problèmes de décisions répétés et multi-critères, et décrit le graphe local du réseau bayésien associé. La partie 4 présente deux utilisations de ce modèle : l'évaluation et le conseil. Les deux dernières parties sont consacrées aux travaux connexes, la conclusion et les perspectives.

2 Problèmes de décision répétés et multi-critères

Un problème de décision répété, multi-critères et multi-attributs est défini par un ensemble d'attributs qui caractérisent les alternatives et un ensemble de critères. Une alternative est définie par une affectation complète de l'ensemble des attributs. Le problème consiste à choisir une alternative (ou d'un sous ensemble d'alternatives) qui soit satisfaisante pour l'ensemble des critères. Un problème de décision est dit *répété* s'il se produit souvent, à chaque fois dans une situation différente et avec des acteurs différents. Un *cas de décision* (ou une situation de décision) est défini par l'ensemble des caractéristiques des acteurs, du contexte et de l'environnement qui peuvent avoir une influence sur le choix. Dans un problème répété de décision multi-critères, l'ensemble des attributs et l'ensemble des critères sont les mêmes pour tous les cas de décision, alors que l'importance des critères et les valeurs des caractéristiques du cas de décision varient.

Les problèmes de décision répétés et multi-critères présentent plusieurs différences par rapport à ceux habituellement traités par les approches d'ADMC. Les méthodes d'ADMC traitent généralement un problème unique (non répété) et reposent sur l'hypothèse que le décideur est fortement impliqué dans le processus de décision, et qu'il est guidé par un analyste. A l'inverse, puisque les problèmes de décision répétés concernent un large panels de "décideurs", nous considérons la possibilité que le décideur soit relativement "ignorant" ou peu impliqué dans la décision, ou simplement pressé, et nous préférons parler des *acteurs* de la décision. Par suite, il n'est pas pertinent de questionner ces acteurs sur leurs préférences, alors que la plupart des méthodes d'ADMC sont basées sur des comparaisons d'alternatives par paires, suivant chacun des critères.

Critères et attributs des alternatives. On peut définir un critère comme un "outil" permettant de d'évaluer et de comparer des alternatives suivant un axe de signification particulier, ou un point de vue [16]. Plus précisément, un critère est une fonction réelle g sur l'ensemble des alternatives, telle qu'il soit possible de comparer deux alternatives a et b suivant un certain point de vue, sur la seule base des nombres $g(a)$ et $g(b)$ [4]. Dans notre contexte, l'évaluation d'une alternative suivant un critère dépend du cas de décision. Par exemple, lors du choix d'une voiture ou d'un fauteuil roulant, ce qui convient pour une personne n'est pas adapté pour une autre. Dans cet article, un critère est un moyen d'évaluer une alternative² suivant un axe de signification en fonction d'un cas de décision. Nous considérons le problème de décision à partir du tout début du processus de décision, à un stade où aucun sous-ensemble d'alternatives n'a encore été pré-défini pour un cas de décision. A ce

2. ou un sous-ensemble d'alternatives décrites par les valeurs d'un sous-ensemble des attributs

stade initial, les alternatives sont potentiellement définies grâce au domaine de l'ensemble des attributs. A l'inverse, un problème typique d'ADMC est défini par une matrice de décision qui rassemble les performances de n alternatives pré-sélectionnées suivant les m critères, accompagnée des poids des critères. Ainsi, la matrice de décision est un point de départ dans les approches classiques d'ADMC, alors que dans notre approche, les recommandations obtenues peuvent aider les acteurs à obtenir cette matrice.

L'objectif de notre proposition est de fournir une forme d'aide aux acteurs de la décision à un stade très préliminaire, en se basant sur la seule description du cas de décision (Quoi, Qui, Où, Quand, Comment, Combien, Pourquoi, ...). Pour cela, nous proposons la construction d'un réseau bayésien unique pour un problème de décision répété et multi-critères, composé des modèles de chacun des critères. Ce réseau bayésien est ensuite réutilisé pour chaque nouveau cas de décision.

3 La modélisation d'un critère de décision dans un réseau bayésien

Dans cette partie, nous commençons par rappeler les définitions de base concernant les réseaux bayésiens ; ensuite, nous présentons les *critères objectifs* qui sont évalués par un degré d'adéquation entre un attribut d'une alternative et la variable correspondant du cas de décision ; enfin, nous présentons les *critères subjectifs*, qui sont évalués par le niveau de satisfaction donné par une alternative sur un axe de signification et en tenant compte du cas de décision. Pour chacun de ces deux types de critères, nous proposons une structure locale du graphe d'un réseau bayésien, et nous donnons différents exemples illustratifs.

3.1 Réseau Bayésien

Un réseau bayésien est défini par un ensemble de variables aléatoires $\mathbf{X} = X_1, \dots, X_n$, un graphe orienté sans circuits $G = (\mathbf{X}, \mathbf{E})$, et un ensemble de paramètres Θ contenant les distributions de probabilités locales associées à chaque variables de \mathbf{X} . Ensemble, G et Θ définissent une distribution de probabilités P sur \mathbf{X} qui se factorise comme suit : $P(\mathbf{X} = \mathbf{x}) = \prod_{X_i \in \mathbf{X}} P(X_i = x_i \mid pa(X_i))$, où $pa(X_i) \subset \mathbf{X}$ représente les parents de X_i dans le graphe G .

Nous considérons un réseau bayésien *causal*, ce qui signifie que chaque arc orienté représente une influence causale directe entre une cause et un effet. Pour satisfaire cette définition, un réseau bayésien causal doit nécessairement inclure toutes les causes communes de deux noeuds quelconques du réseau³. Cette propriété est utile

3. En effet, lorsque deux noeuds X et Y ont une cause commune, ils sont dépendants. Si leur cause commune n'appartient pas à l'ensemble des variables du graphe, la dépendance entre les variables X et Y ne peut pas

pour construire le réseau bayésien regroupant tous les critères du problème de décision répétés.

Dans cet article, l'ensemble des variables du réseau bayésien d'un problème répété de décision multi-critères contient les attributs des alternatives, ainsi que toutes les caractéristiques du cas de décision qui doivent être considérées. Il contient aussi les attributs dérivés ou composés à partir d'autres caractéristiques. Par exemple, la capacité d'accélération d'une voiture dépend de son poids et de la puissance du moteur. Ceci est représenté dans le réseau bayésien par trois variables et deux liens causaux. Le réseau bayésien contient aussi d'autres variables associées aux critères qui seront présentées dans la suite.

Dans la suite de cet article, nous utilisons une structure particulière du graphe appelée *V-structure* : trois noeuds X , Y et Z forment une *V-structure* dans un graphe orienté si X et Y ont un fils commun Z et il n'y a pas d'arc entre X et Y .

Voici les notations utilisées dans cet article : les lettres en majuscule représentent des variables aléatoires, les minuscule représentent leurs valeurs. Les majuscules en gras représentent des ensembles de variables et les minuscules en gras désignent des ensembles de valeurs. La notation $P(x)$ représente $P(X = x)$, et $P(X \mid y)$ représente $P(X \mid Y = y)$.

Les exemples et les résultats présentés dans cet article ont été réalisés avec la bibliothèque Agrum / pyAgrum⁴, qui est dédiée aux modèles graphiques probabilistes, dont les réseaux bayésiens. Nous avons choisi pyAgrum et l'environnement des notebook Ipython car ils facilitent l'utilisation de la bibliothèque en C++ Agrum notamment en termes d'affichage. Nous avons beaucoup apprécié l'aide rapide des auteurs de la bibliothèque⁵ à propos des fonctions et algorithmes utilisés.

3.2 Définition des critères objectifs et subjectifs

Lorsqu'on parle de critère de décision, il est fréquent de confondre un attribut d'une alternative et le critère associé. L'exemple le plus courant est le prix qui fait référence à la fois à la caractéristique d'une alternative et au critère correspondant. Cependant, il existe un autre type de critères de décision qui font référence à des concepts plus abstraits tels que le confort, la sécurité et la stabilité, pour lesquels il n'existe aucune définition de leur évaluation qui soit communément partagée.

Le premier type de critère, appelé critère objectif, est caractérisé comme suit :

- le critère est associé à un attribut X_{alt} de l'alternative⁶ dont l'évaluation est objective

être représentée par un arc entre elles puisque aucune variable n'est une cause de l'autre. L'absence d'arc n'est pas non plus correcte puisqu'elle est interprétée comme une indépendance entre X et Y .

4. <https://pouge.lip6.fr/projects/pyagrums>

5. un grand merci à Pierre-Henri Wuillemin.

6. caractéristique directe ou combinée.

- il existe une variable X_{dc} du coté du cas de décision qui doit correspondre en un certain sens avec l'attribut X_{alt} de l'alternative. La variable X_{dc} peut représenter la valeur préférée de l'attribut, ou une sorte de contrainte.
- les deux variables X_{dc} et X_{alt} sont exprimées en utilisant la même unité ou un cadre de référence commun et connu par les acteurs de la décision.

Un critère objectif est évalué par un *degré d'adéquation* DoM_X ⁷ entre un attribut X_{alt} de l'alternative et la variable X_{dc} correspondant du cas de décision. Dans cette définition, correspondre ne signifie pas "avoir la même valeur ou la même distribution de probabilités", cela signifie que les deux variables doivent correspondre suivant une certaine règle, définie par un expert, et qui peut dépendre d'autres paramètres tel que des facteurs externes, d'autres caractéristiques du cas de décision, ou d'autres attributs de l'alternative.

Le second type de critères est appelé *critère subjectif*. Il concerne des éléments de plus haut niveau pour lesquels il n'y a pas de variable correspondant du coté du cas de décision. Un critère subjectif peut être associé avec un concept abstrait qui n'est pas facilement mesurable. Il peut aussi être associé avec un élément complexe, ou technique, dont la mesure n'est pas connue par les acteurs de la décision. Un tel critère est subjectif du point de vue des acteurs de la décision puisqu'il leur est difficile d'exprimer leur valeur préférée ou une contrainte dans la même unité que l'attribut de l'alternative. Par exemple la capacité d'accélération d'une voiture est associée avec un critère subjectif car elle est évaluée par le ratio *carWeight / horsePower*, (voir la Figure 4) et cette grandeur ne permet généralement pas à un utilisateur de formuler aisément son exigence concernant la capacité de accélération de la voiture. De ce fait, la variable correspondant à son attente sur ce critère est une variable subjective. Cependant, l'acheteur d'une voiture peut donner l'importance que ce critère a pour lui.

Un critère subjectif C est évalué par le *niveau de satisfaction* SAT_C fourni par une alternative en fonction de l'évaluation de l'alternative IND_C pour le critère subjectif et de l'importance du critère IMP_C dans le cas de décision. L'évaluation du niveau de satisfaction d'un critère subjectif est tel que : (1) quand une alternative présente une très bonne qualité (ou évaluation) pour le critère, la satisfaction est très bonne quelle que soit le niveau d'importance du critère ; (2) plus la qualité de alternative est élevée, plus le niveau de satisfaction est élevé, mais plus le niveau d'importance du critère est bas, et plus facilement les acteurs de la décision seront satisfaits ; (3) quand le critère est indifférent pour un cas de décision, le niveau de satisfaction est élevé quelle que soit la qualité de l'alternative pour ce critère. D'après ces exigences, le niveau de satisfaction peut

être défini par la fonction $SAT_C = IND_C^{IMP_C}$.

3.3 Construction du réseau bayésien d'un problème répété de décision multi-critères

Pour un problème répété de décision multi-critères, nous voulons construire un réseau bayésien regroupant les connaissances en lien avec le choix d'une alternative, quelle que soit la situation de décision. Le réseau bayésien est le même pour tous les cas de décision. Pour cela, le graphe du réseau bayésien contient toutes les variables liées aux éléments impliqués dans le choix : la connaissance sur les alternatives, les paramètres d'une situation de décision et les critères d'évaluation. Ce modèle permet la simulation et le raisonnement sur le problème de décision avec différentes entrées possibles : des informations sur un cas de décision donné, des informations sur une alternative, et / ou des exigences liées aux critères.

Nous présentons maintenant les sous-graphes associés à un critère objectif et à un critère subjectif. Les exemples de critères sélectionnés pour illustrer ces modèles sont extraits de deux problèmes de décision différents répétés et multi-critères : le choix d'une voiture et le choix d'un fauteuil roulant manuel (FRM) [17, 8].

Un sous-graphe du réseau bayésien associé au problème du choix d'une voiture est présenté Figure 6. Il rassemble les sous-graphes de deux critères et plusieurs caractéristiques d'une voiture. Le sous-graphe de chaque critère est expliqué en détail avec les figures 1 et 4.

Dans ce type de problème, les acteurs de la décision peuvent être relativement ignorants des éléments du problème et des critères. Ils sont supposés être capable de décrire leur situation, mais c'est la seule exigence sur eux. Ils ne sont pas supposés avoir déjà fait une pré-sélection d'alternatives, ni avoir à répondre à des questions sur leur préférences entre une alternative et une autre en relativement à un critère.

3.3.1 Réseau bayésien local d'un critère objectif

Le degré d'adéquation d'un critère objectif est représenté dans le réseau bayésien par une variable dont le domaine est l'intervalle $[0, 1]$. Une valeur proche de zéro représente un "très mauvais" degré d'adéquation, alors qu'une valeur proche de un représente un "très bonne" adéquation. L'évaluation du degré d'adéquation nécessite un ensemble de variables qui est exactement l'ensemble des parents du noeud *degré d'adéquation* dans le graphe du réseau bayésien.

Un critère objectif est représenté dans réseau bayésien causal par une V-structure composée de au moins trois noeuds : une caractéristique X_{alt} d'une alternative, la caractéristique X_{dc} du cas de décision qui doit "correspondre" avec X_{alt} , et le degré d'adéquation (DoM_X) (leur fils commun). le noeud DoM_X peut avoir d'autres parents qui

7. degree of match

représentent les paramètres de la règle utilisée pour évaluer le degré d'adéquation. Ces paramètres peuvent être des attributs du cas de décision, d'autres attributs des alternatives, ou des facteurs externes. La table de probabilités conditionnelles de la variable DoM_X traduit la façon dont le degré d'adéquation est évalué.

Trois exemples de critères objectifs sont décrits ci-dessous dans les figures 1, 2 et 3. Le premier critère est tiré du problème répété du choix d'une voiture, alors que les deux exemples suivants sont extraits du problème du choix d'un fauteuil roulant manuel. Dans chaque exemple, nous décrivons le critère objectif et les variables impliquées dans l'évaluation du degré d'adéquation. Pour chaque critère, nous présentons seulement le sous-graphe du réseau bayésien local. Les valeurs numériques des tables de probabilités conditionnelles ne sont pas détaillées car cela n'apporte rien. En revanche, les résultats des différents cas d'utilisations du réseau bayésien sont présentés dans la dernière partie de cet article.

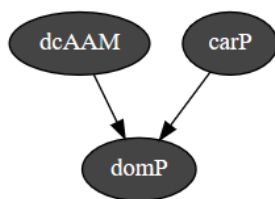


FIGURE 1 – Sous-graphe d'un critère objectif : le prix, dans le problème répété du choix d'une voiture. Ce critère est évalué par le degré d'adéquation ($domP$) entre le prix de la voiture ($carP$) et le montant disponible du cas de décision ($dcAAM$).

La figure 1 montre le sous-graphe associé au critère du prix lors du choix d'une voiture. Un bon choix de voiture implique que le prix de la voiture soit en adéquation avec le budget de l'acheteur. Nous ne partageons que partiellement l'idée que "le moins cher sera le mieux (en terme de prix)", car un bon prix dans une situation peut être inacceptable dans une autre situation, puisque les acheteurs ont des budgets différents et des attentes différentes. La fonction probabiliste pour évaluer le degré d'adéquation ($domP$) en termes de prix doit être définie par des experts de la vente de voiture.

La figure 2 montre le sous-graphe du critère associé avec la largeur du siège dans le problème du choix d'un Fauteuil Roulant Manuel (FRM). La meilleure largeur du siège dépend de la largeur de hanche de la personne, mais aussi de l'utilisation du FRM. En général, la meilleure situation est d'avoir un siège 2 cm plus large que les hanches de la personne. Cependant, lorsque le FRM est utilisé pour la pratique d'un sport, la personne doit être serrée dans le FRM, et un écart de -1 cm est recommandé. Enfin, pour les

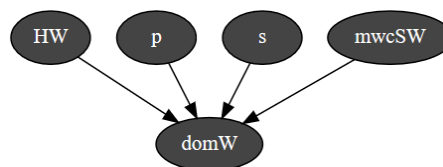


FIGURE 2 – Sous-graphe d'un critère objectif : la largeur du siège dans le problème du choix d'un Fauteuil Roulant Manuel (FRM). Ce critère est évalué par le degré d'adéquation ($domW$) entre la largeur du siège ($mwcSW$) et la largeur de hanche de la personne (HW); il dépend de deux autres facteurs : si la personne est (ou risque d'être) enceinte (p) ou si le FRM doit être utilisé pour la pratique d'un sport (s).

femmes enceintes, un écart supérieur est nécessaire. Ces règles aboutissent à définir quatre variables comme parents de la variable degré d'adéquation $domW$. La définition de la table de probabilités conditionnelles du nœud $domW$ est guidée par ces règles.

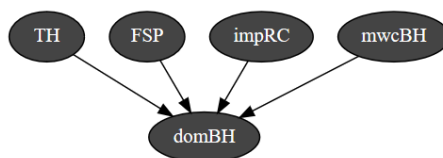


FIGURE 3 – Sous-graphe d'un critère objectif : la hauteur du dossier dans le problème du choix d'un FRM. Ce critère est évalué par le degré d'adéquation ($domBH$) entre la hauteur du dossier ($mwcBH$) et la hauteur de tronc de la personne (TH). Il dépend de deux autres facteurs : l'importance du confort de repos ($impRC$) et la fréquence d'auto-propulsion (FSP).

La figure 3 montre le sous-graphe du critère associé avec la hauteur de dossier lors du choix d'un FRM. La meilleure hauteur de dossier d'un FRM dépend de son usage. Lorsque le FRM est principalement dédié au repos (le confort de repos est très important), le dossier doit être assez haut pour que la personne puisse y reposer sa tête. À l'inverse, lorsque la fréquence d'auto-propulsion est élevée, le dossier doit être assez bas pour que les omoplates de la personne passent au-dessus du dossier lorsque la personne met ses coudes en arrière. Ainsi, la règle d'évaluation du degré d'adéquation ($domBH$) est une fonction probabiliste qui dépend de quatre variables : la hauteur de dossier du FRM ($mwcBH$), la hauteur de tronc de la personne (TH), l'importance du confort de repos ($impRC$) et la fréquence d'auto-propulsion (FSP).

3.3.2 Le réseau bayésien local d'un critère subjectif

Le niveau de satisfaction d'un critère subjectif est représenté dans le réseau bayésien par un indice dans l'in-

tervalle $[0, 1]$, où une valeur proche de zéro représente un “très mauvais” niveau de satisfaction alors qu’une valeur proche de un représente un “très bon” niveau de satisfaction. Le niveau de satisfaction SAT_C d’un critère C dépend de deux variables exactement : l’importance du critère (IMP_C) dans le cas de décision et l’indice d’évaluation du critère (IND_C), qui est l’évaluation d’une alternative suivant le critère subjectif. Du fait que l’importance d’un critère est une valeur subjective, la variable IMP_C est aussi définie par un indice dans l’intervalle $[0,1]$ où une valeur proche de zéro signifie que le critère n’est “pas important” alors qu’une valeur proche de un signifie que le critère est “très important”. La variable IND_C est aussi définie par un indice dans l’intervalle $[0,1]$ où une valeur proche de zéro représente une “très mauvaise évaluation” suivant le critère, alors qu’une valeur proche de un représente une “très bonne évaluation”.

Un critère subjectif C est représenté dans réseau bayésien causal par une V-structure composée de trois noeuds IMP_C , IND_C et SAT_C qui dépend des deux premières variables. Contrairement aux critères objectifs, la V-structure d’un critère subjectif est composée de trois noeuds exactement. En effet, tous les paramètres impliqués dans l’évaluation d’une alternative sont parents du noeud IND_C , y compris les facteurs externes et les caractéristiques du cas de décision.

Les figures 4 et 5 donnent des exemples de critères subjectifs. Du fait que la V-structure associée à n’importe quel critère subjectif est toujours identique, nous montrons pour ces exemples un sous-graphe du réseau bayésien qui inclut le détail de l’évaluation d’une alternative sur le critère.

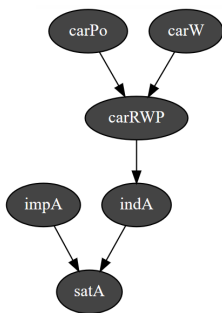


FIGURE 4 – Un critère subjectif : la capacité d’accélération lors du choix d’une voiture. Elle dépend du rapport ($carRWP$) entre le poids de la voiture ($carW$) et sa puissance ($carPo$).

La figure 4 montre le sous-graphe du critère “accélération” lors du choix d’une voiture. Le niveau de satisfaction ($satA$) de l’acheteur d’une voiture pour le critère d’accélération dépend de la capacité d’accélération de la voiture ($indA$) et de l’importance qu’il accorde à ce critère ($impA$). L’évaluation d’une voiture suivant ce critère est donnée par le rapport ($carRWP$) entre le poids de la voiture ($carW$) et sa

puissance (nombre de chevaux) ($carPo$).

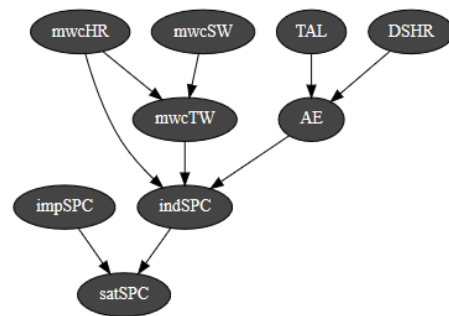


FIGURE 5 – Un critère subjectif : le confort d’auto-propulsion lors du choix d’un fauteuil roulant manuel (FRM). L’évaluation du confort d’auto-propulsion $indSPC$ dépend de l’équipement du FRM avec des mains courantes ($mwcHR$), de la largeur totale du FRM ($mwcTW$) et de l’angle du coude quand la personne tient le sommet de la main courante (AE).

La figure 5 montre le sous-graphe du critère subjectif de confort d’auto-propulsion lors du choix d’un FRM. Le niveau de satisfaction ($satSPC$) donné par un FRM pour le critère de confort d’auto-propulsion dépend de la facilité avec laquelle le FRM peut être auto-propulsé par l’utilisateur ($indSPC$) et de l’importance de ce critère ($impSPC$) pour l’utilisateur. L’auto-propulsion nécessite que le FRM soit équipé avec des mains courantes ($mwcHR$). Le niveau de confort d’auto-propulsion ($indSPC$) augmente quand la largeur totale du FRM ($mwcTW$) diminue et quand l’angle du coude (AE) est entre 100 et 120° au moment où la personne tient le sommet de la main courante.

Cet exemple illustre le fait que l’évaluation d’une alternative suivant un critère subjectif ne dépend pas uniquement des caractéristiques de l’alternative. L’évaluation d’un fauteuil roulant manuel suivant le critère de confort d’auto-propulsion ($indSPC$) dépend de différentes caractéristiques du FRM ($mwcTW$ et $mwcHR$) mais aussi de la personne (AE).

Dans cette partie, nous avons expliqué comment construire les sous-graphes de critères objectifs et subjectifs. En les combinant, on obtient le réseau bayésien d’un problème de décision répété et multi-critères. La partie suivante présente comment utiliser un tel réseau bayésien dans le but de fournir une forme d’aide à la décision.

4 Évaluation et conseils dans un cas de décision

Les deux principaux objectifs de la modélisation d’un problème de décision répété et multi-critères avec un réseau bayésien sont l’évaluation d’une alternative, et la production de conseils concernant les attributs des alternatives,

adaptés au cas de décision.

4.1 Évaluation d’une alternative dans un cas de décision

L’objectif est d’évaluer une alternative, (ou un sous-ensemble d’alternatives) dans un cas de décision donné et suivant chaque critère. L’évaluation est obtenue pour tous les critères par inférence dans le réseau bayésien complet.

Input : Les observations sur un ensemble (ou un sous-ensemble) des attributs des alternatives à évaluer (\mathbf{obs}_{alt}) et les observations sur l’ensemble des caractéristiques du cas de décision (\mathbf{obs}_{dc}). Toutes ces observations peuvent être des observations classiques ou des observations virtuelles (observations de vraisemblance) [15].

Output (variables cibles) : les distributions de probabilités *a posteriori* $P(DoM_X | \mathbf{obs}_{alt}, \mathbf{obs}_{dc})$ du degré d’adéquation d’un critère objectif et *a posteriori* $P(SAT_C | \mathbf{obs}_{alt}, \mathbf{obs}_{dc})$ du niveau de satisfaction d’un critère subjectif.

4.2 Conseil sur les attributs d’une alternative

Un autre objectif est de fournir des conseils⁸ aux acteurs de la décision concernant les attributs d’une alternative qui serait adaptée à leur situation.

L’idée est de simuler une situation idéale où les acteurs d’un cas de décision donné seraient très satisfaits par une alternative sur tous les critères. Dans cette situation idéale, nous cherchons à savoir quelles sont les valeurs des attributs de l’alternative qui donne ces bons niveaux de satisfaction et bons degrés d’adéquation pour tous les critères. Pour cela, nous propageons dans le réseau bayésien les observations du cas de décision et des niveaux de satisfaction et des degrés d’adéquation élevés pour tous les critères.

Notre objectif est d’obtenir les valeurs des attributs de l’alternative qui explique cette situation idéale. Cependant, l’explication doit concerner *uniquement* les attributs de l’alternative (et aucune caractéristique du cas de décision ou des facteurs externes); pour cela, nous entrons des observations sur *tous* les noeuds du réseau bayésien, à l’exception des attributs des alternatives.

Les conseils sur les attributs des alternatives peuvent avoir différentes formes : une alternative virtuelle décrite par une affectation de tous les attributs, ou une distribution de probabilités *a posteriori* sur chaque attribut de l’alternative.

8. Nous préférons parler de *conseils* plutôt que de recommandation car un système de recommandation est généralement vu comme une sous classe des systèmes de filtrage d’information qui cherchent à prédire la note qu’un utilisateur donnerait à un système (Wikipedia), alors que notre proposition n’est basée ni sur les choix précédents du même utilisateur, ni sur aucune données.

Input : les observations de toutes les caractéristiques du cas de décision (\mathbf{obs}_{dc}), ainsi que les niveaux d’importance des critères subjectifs, et l’affectation d’un très bon niveau de satisfaction (\mathbf{sat}_{max}) ou degré d’adéquation (\mathbf{dom}_{max}) pour tous les critères; les seuls noeuds non observés sont tous des attributs des alternatives.

Output : les noeuds cibles sont les attributs des alternatives. On peut calculer la distribution de probabilités *a posteriori* de chaque attribut X de l’alternative dans la situation idéale $P(X | \mathbf{obs}_{dc}, \mathbf{sat}_{max}, \mathbf{dom}_{max})$. Une autre résultat est l’affectation la plus probable de l’ensemble des attributs d’une alternative $argmax_{att_{alt}} P(ATT_{alt} = att_{alt} | obs_{dc}, sat_{max}, dom_{max})$ où ATT_{alt} est l’ensemble des attributs d’une alternative, nommé en anglais the “most probable explanation” (MPE). Ce résultat définit une alternative idéale donnée par l’ensemble att_{alt} qui explique le mieux la situation idéale où les critères sont tous bien satisfaits. Il est probable qu’aucune alternative réelle ne corresponde à l’ensemble de valeurs att_{alt} . Cependant, la partie du réseau bayésien composée des caractéristiques d’une alternative intègre les liens de (in)dépendances entre ces attributs, de telle sorte qu’une affectation telle que att_{alt} présente une certaine cohérence.

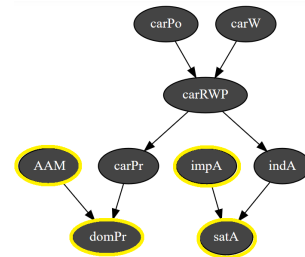


FIGURE 6 – Sous-graphe du réseau bayésien du problème de décision répété et multi-critères du choix d’une voiture, incluant deux critères. Les noeuds avec des observations sont surlignés.

La figure 6 présente le réseau bayésien du problème répété du choix d’une voiture, avec les deux critères présentés sur les figures 1 et 4 (le prix et la capacité d’accélération d’une voiture). Pour obtenir des conseils sur les caractéristiques de la voiture, nous entrons des observations sur les quatre noeuds qui ne sont pas des caractéristiques de la voiture. Ces noeuds sont surlignés sur la figure 6. Nous entrons six jeux d’observations pour ces quatre noeuds, chacun décrivant la situation idéale d’un acheteur imaginaire. Chaque cas de décision est décrit par les observations sur les variables (AAM et $impA$) : la variable *montant disponible* (AAM) prend l’une des 3 valeurs : entre 5 et 10 K€, entre 11 et 15 K€, entre 16 et 20 K€; la variable *importance du critère accélération* ($impA$) prend l’une des deux valeurs : *peu important*, ou *très important*. Les variables *degré d’adéquation pour le prix* ($domPr$) et *niveau de sa-*

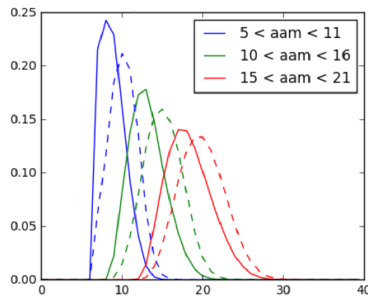


FIGURE 7 – Chaque distribution $P(carPr \mid obs_{dc}, sat_{Max}, dom_{Max})$ exprime une forme de conseil sur le prix d’une voiture dans un des six cas de décision, définis par le montant disponible (aam) et l’importance du critère accélération : peu important (ligne pleine), ou très important (pointillés).

tisfaction pour le critère accélération reçoivent une observation disjonctive qui représente la valeur “très haut”.

La figure 7 montre le prix “recommandé” de la voiture dans chacun des six cas de décision décrits par les observations. Le conseil est donné sous la forme d’une distribution de probabilités *a posteriori* de la variable prix de la voiture ($carPr$) sachant les observations de la situation idéale. Le prix “recommandé” est plus élevé lorsque le montant disponible est élevé et que le critère accélération est très important.

Ces résultats illustrent comment le réseau bayésien peut être utilisé pour produire automatiquement des conseils pour les acteurs d’un problème de décision répété et multi-critères à partir de la description de leur cas de décision. Ces conseils ont pour but de donner des orientations aux acteurs d’une décision en leur indiquant des valeurs (ou des ensembles de valeurs) à préférer pour les attributs de l’alternative, au regard de leur situation. Il ne s’agit pas de proposer directement une alternative.

5 Travaux connexes

La définition d’un système d’aide à la décision unique pour un problème donné de décision répété et multi-critères semble être un problème qui n’a jamais été abordé dans la littérature. Cependant les modèles graphiques probabilistes (MGP) ont déjà été proposés dans l’ADMC. Nous décrivons ci-dessous comment les critères de décision sont représentés dans ces modèles. Nous présentons ensuite d’autres travaux de la littérature qui proposent d’utiliser une V-structure dans un réseau bayésien avec des objectifs et dans des contextes différents. Nous les comparons au réseau bayésien que nous proposons pour modéliser les critères objectifs et subjectifs.

Des MGP sont proposés dans [10, 19, 18] dans le cadre de l’ADMC. Dans [10], un réseau bayésien causal est uti-

lisé pour évaluer une alternative dans le cas des critères incertains, en vue d’obtenir la matrice de décision avant d’utiliser une des méthodes classiques d’ADMC. Chaque critère incertain est une caractéristique de l’alternative qui dépend de facteurs externes et d’autres caractéristiques de l’alternative. La valeur préférée du côté du décideur n’est pas représentée dans le modèle, et l’objectif est pas d’utiliser le modèle pour différents cas de décision. Les noeuds associés avec ces critères peuvent être soit des noeuds cibles en vue d’évaluer une alternative sur ces critères, ou bien ils peuvent être fixés avec la valeur souhaitée, dans le but de fournir des conseils sur les autres caractéristiques. Bien que les exemples traités dans cet article [10] puissent être considérés comme des problèmes de décision répété et multi-critères (par exemple le choix d’un mode de transport et de l’heure de départ pour atteindre l’aéroport), la modèle proposé ne contient pas les caractéristiques du cas de décision (ou du décideur) et de ce fait nécessite de modifier les paramètres du modèle pour chaque nouveau cas de décision.

Dans [19], un autre type de MGP appelé diagramme d’influence⁹ [12] est proposé pour classer les alternatives. Du fait que ce modèle ne contient pas d’information sur le cas de décision, la fonction d’utilité doit être redéfinie pour chaque nouveau cas de décision. Dans [18], un diagramme d’influence permet d’obtenir une liste ordonnée des alternatives qui correspondent bien à un cas de décision et le même modèle peut être utilisé dans différents cas de décision. Cependant, l’utilisation d’un diagramme d’influence présente deux contraintes. Ce modèle est conçu pour faire des choix séquentiels, ce qui signifie que les actions doivent être ordonnées, et que le meilleur choix pour une action n’est obtenu qu’après avoir fait un choix pour l’action précédente. Dans [19], les noeuds d’action du diagramme d’influence représentent les caractéristiques de l’alternative, et ils sont ordonnés. Dans [18], le diagramme d’influence contient un seul noeud d’action dont les actions possibles sont un ensemble prédéfini d’alternatives, ce qui ne correspond pas avec l’approche proposée dans le présent article. Une autre limite des diagrammes d’influence est que la fonction d’utilité est une fonction d’agrégation complète, avec par conséquent l’hypothèse sous-jacente de substituable entre les critères. Cette limite est écartée dans l’extension des diagrammes d’influence proposée dans [9] pour prendre en compte plusieurs critères dans la fonction d’utilité sans les agréger. Cependant, le modèle est limité à de très petits nombres critères et d’alternatives, ce qui n’est pas le cas dans notre approche.

La V-structure proposée dans cet article pour modéliser un critère peut être comparée avec le noeud d’utilité d’un diagramme d’influence. En effet, un noeud d’utilité

9. un diagramme d’influence contient trois types de noeuds : les noeuds classiques, comme ceux d’un réseau bayésien, les noeuds d’action, et les noeuds d’utilité

contient une fonction d'utilité dont les paramètres sont les noeuds parent. L'inférence dans un diagramme d'influence permet d'obtenir l'utilité de chaque valeur d'un noeud d'action étant donné les observations sur d'autres noeuds. Un noeud d'utilité permet donc aussi bien l'évaluation d'une action que le conseil sur le choix de la meilleure action, celle ayant la valeur d'utilité la plus élevée. Dans un diagramme d'influence, les différentes fonctions d'utilité doivent être combinées, ce qui implique d'agrèger les critères. Au contraire, dans le réseau bayésien proposé dans cet article, il n'y a pas d'agrégation explicites des critères. Un autre avantage du modèle proposé est que le niveau de satisfaction requis pour les critères peut être ajusté : si aucun compromis n'est possible pour obtenir un niveau élevé de satisfaction ou un degré d'adéquation élevé pour tous les critères, à cause des conflits entre critères et des contraintes liées au cas de décision, alors il est possible de diminuer les niveaux de satisfaction et les degrés d'adéquation exigés. Une comparaison plus complète des réseaux bayésiens et des diagrammes d'influence pour les problèmes de décision répétés et multi-critères est présentée dans [6, 7].

Les travaux présentés ci-dessous ne sont pas dans le domaine de l'ADMC, mais ils proposent des MGP contenant une structure locale spécifique du graphe qui est très proche de celles que nous proposons pour modéliser un critère. Dans [5], le MGP est un modèle probabiliste relationnel¹⁰ (PRM). Les auteurs proposent un modèle de recommandations personnalisé basé sur les PRM en se basant sur les préférences de l'utilisateur sur les critères de décision. La prédiction du lien entre un item et une requête est basée sur un ensemble de variables binaires intermédiaires appelées *facteurs de décision*. Ces facteurs évaluent si un attribut d'un item est proche ou non du critère exprimé par l'utilisateur dans sa requête. Chaque facteur de décision est représenté dans le graphe par une V-structure dont les deux parents sont un attribut d'un item et l'attribut correspondant dans la recherche de l'utilisateur. Ces facteurs de décision sont très similaires aux degrés d'adéquation du présent article : les deux sont basés sur la comparaison des valeurs de deux variables qui représentent des informations de même nature. Les facteurs de décision sont ensuite combinés pour définir une variable binaire *exists* dont la valeur est 1 quand un item a été visité par l'utilisateur au cours de sa session. La recommandation d'un item est basée sur la prédiction de la valeur de cette variable. La façon dont les facteurs de décision sont combinés peut être comparée à l'agrégation de critères. Cependant, cette proposition et la notre exploitent des informations très différentes et adressent des problèmes différents : d'un côté, il s'agit de proposer des items à un internaute sur la base des items déjà visités et de sa requête, alors que la présente proposition est basée sur un modèle de connaissance pour un problème de déci-

sion répété et multicritères et sur la description d'un cas de décision.

Dans [3, 8], les auteurs proposent une V-structure implicite pour exprimer le fait que deux variables discrètes doivent partager la même distribution de probabilités. Ils introduisent le concept de *variable de cohérence* défini comme suit pour deux variables A et B : lorsque la variable de cohérence est égale à 1 (ou "vrai") cela impose que les deux variables partagent la même distribution de probabilités sachant les mêmes prémisses. Cette proposition peut être comparée au *degré d'adéquation* proposé dans le présent article. En effet, elle correspond à un cas particulier où la fonction qui définit le degré d'adéquation impose que les deux variables aient la même distribution de probabilités. Pour mémoire, dans notre proposition, le degré d'adéquation est un indice dans $[0, 1]$ qui peut être défini par n'importe quelle fonction décrivant la meilleure adéquation entre les deux variables considérées, avec la possibilité de prendre en compte différents paramètres.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté la construction d'un modèle de connaissance pour un problème de décision répété et multi-critères, à l'aide d'un réseau bayésien. Du fait que ce type de problème se répète souvent, avec à chaque fois des cas de décision différents, il est intéressant de proposer un modèle unique qui embarque la connaissance sur les alternatives et leur évaluation en suivant un ensemble de critères en prenant en compte la description du cas de décision. Dans ce contexte, notre contribution est l'identification de deux types de critères et la proposition d'un réseau bayésien local pour les modéliser. Les critères objectifs, évalués par un degré d'adéquation entre un attribut d'une alternative et la variable correspondant du côté du cas de décision ; et les critères subjectifs évalués par un niveau de satisfaction fourni par une alternative dans un cas de décision, suivant un certain axe de signification. Il nous semble que n'importe quel critère d'un problème de décision répété et multi-critères relève de l'un de ces deux types. De plus, nous espérons que ce travail peut aider à une meilleure définition des critères de décision au cours de l'analyse d'un problème de décision multicritère. En effet, certains soulignent la nécessité d'une meilleure définition des critères de décision dans les problèmes d'ADMC, en vue de réduire le flou et améliorer la clarté [1].

Une des limites du présent travail concerne des restrictions sur le réseau bayésien, liés à la façon dont les conseils sont générés. En effet, comme l'explication de la situation idéale ne doit concerner que les caractéristiques de l'alternative, nous avons imposé d'observer toutes les autres variables du réseau bayésien. Cette contrainte nous a conduit à limiter le modèle du cas de décision à une seule variable par critère. Une perspective en cours est de permettre la

10. Probabilistic Relational Model

gestion d'un modèle plus complet du cas de décision, en utilisant un sous-ensemble d'observations. Cette perspective doit aussi permettre de gérer plusieurs réseaux bayésiens qui modélisent séparément les caractéristiques des alternatives, celles du cas de décision et les différents critères, plutôt qu'un unique réseau bayésien qui regroupe tout. Notre principal objectif est de proposer un cadre plus général permettant les échanges entre un ensemble de réseaux bayésiens causaux modélisant les différentes entités en jeu dans une situation que l'on veut modéliser. La modélisation des problèmes de décision répétés et multi-critères est une des applications ciblées. Dans cet objectif, nous souhaitons proposer et évaluer l'intérêt d'un modèle distribué dans lequel les échanges sont basés sur des interventions probabilistes [2].

Remerciements

Ce travail est soutenu par le projet ELSAT2020 (Ecomobilité Logistique Sécurité et Adaptabilité dans les Transports à l'Horizon 2020) et cofinancé par l'Union Européenne avec le Fonds européen de développement régional, l'Etat et la Région Hauts de France. Les auteurs remercient le support de ces institutions.

Références

- [1] Ananda, Jayanath et Gamini Herath: *A critical review of multi-criteria decision making methods with special reference to forest management and planning*. Ecological economics, 68(10) :2535–2548, 2009.
- [2] Ben Mrad, A., V. Delcroix, M. A. Maalej, S. Piechowiak et M. Abid: *Uncertain Evidence in Bayesian Networks : Presentation and Comparison on a Simple Example*. Dans *Proceedings of the 14th Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, IPMU 2012*, pages 39–48, Catania, Italy, July 2012.
- [3] Bessière, Pierre, Emmanuel Mazer, Juan Manuel Ahuactzin et Kamel Mekhnacha: *Bayesian Programming*. CRC Press, 2013.
- [4] Bouyssou, Denis: *Readings in Multiple Criteria Decision-Aid*, chapitre Building criteria : a prerequisite for MCDA, pages 58–80. Springer Verlag, Heidelberg, 1990.
- [5] Chulyadyo, Rajani et Philippe Leray: *A Personalized Recommender System from Probabilistic Relational Model and Users' Preferences*. Dans *18th International Conference in Knowledge Based and Intelligent Information and Engineering Systems, KES 2014, Gdynia, Poland, 15-17 September*, pages 1063–1072, 2014.
- [6] Delcroix, Véronique: *Modèles graphiques probabilistes pour les problèmes récurrents d'ADMC*. Dans *Actes des Journées d'Intelligence Artificielle Fondamentale*, Toulouse, France, 2012.
- [7] Delcroix, Véronique: *Réseau Bayésien versus Diagramme d'Influence pour modéliser les problèmes récurrents d'ADMC*. Dans *Actes des Journées Francophones sur les Réseaux Bayésiens*, Sfax, Tunisie, 2012.
- [8] Delcroix, Veronique, Karima Sedki et François Xavier Lepoutre: *A Bayesian network for recurrent multi-criteria and multi-attribute decision problems : Choosing a manual wheelchair*. Expert Systems with Applications, 40(7) :2541–2551, 2013.
- [9] Diehl, M. et Yacov Y. Haimes: *Influence diagrams with multiple objectives and tradeoff analysis*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A, 34(3) :293–304, 2004.
- [10] Fenton, Norman et Martin Neil: *Making Decisions : Bayesian Nets and MCDA*. Knowledge-Based Systems, 14(7) :307–325, 2001.
- [11] Huang, Yanliu et J. Wesley Hutchinson: *The roles of planning, learning, and mental models in repeated dynamic decision making*. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 122(2) :163 – 176, 2013, ISSN 0749-5978.
- [12] Koller, D. et N. Friedman: *Probabilistic Graphical Models : Principles and Techniques*. MIT Press, 2009.
- [13] Lejarraga, Tomas et Cleotilde Gonzalez: *Effects of feedback and complexity on repeated decisions from description*. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 116(2) :286 – 295, 2011.
- [14] Miravete, Eugenio J. et Ignacio Palacios-Huerta: *Consumer Inertia, Choice Dependence, and Learning from Experience in a Repeated Decision Problem*. The Review of Economics and Statistics, 96(3) :524–537, July 2014.
- [15] Mrad, Ali Ben, Véronique Delcroix, Sylvain Piechowiak, Philip Leicester et Mohamed Abid: *An explanation of uncertain evidence in Bayesian networks : likelihood evidence and probabilistic evidence - Uncertain evidence in Bayesian networks*. Appl. Intell., 43(4) :802–824, 2015.
- [16] Roy, B.: *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*. Kluwer Academic, Dordrecht, 1996.
- [17] Sedki, K., V. Delcroix, F. X. Lepoutre, E. Adam, A. P. Maquinghen-Godillon et I. Ville: *Bayesian network model for decision problems*. Dans Klopotek, M.a., M. Marciniak, A. Mykowiecka, W. Penczek et S.t.

Wierzchon (Ed.) (rédacteurs) : *Intelligent Information Systems, new approaches*, pages 285–298, Publishing House of University of Podlasie, Siedlce, Poland, June 2010. ISBN 978-83-7051-580-5.

- [18] Sedki, Karima et Véronique Delcroix: *A Model Based on Influence Diagrams for Multi-Criteria Decision-Making*. International Journal on Artificial Intelligence Tools, 21(4), 2012.
- [19] Watthayu, Wiboonsak et Yun Peng: *A Bayesian network based framework for multi-criteria decision making*. Dans *Proceedings of the 17th International Conference on Multiple Criteria Decision Analysis*, Whistler, British Columbia CA, August 2004.